

คณิตศาสตร์ & วิศวกรรม กับศิลปะการพับกระดาษ

บัญชา ธนบุญสมบัติ
E-mail : buncht@mtec.or.th
Blog : <http://gotoknow.org/blog/origami>



Modular_Origami-1

แทบทุกคนคงจะเคยพับกระดาษกันมาบ้างแล้ว โดยหากเป็นแบบพับง่าย ๆ ก็อาจจะไม่รู้รู้สึกตื่นเต้นสักเท่าไร แต่หากแบบพับซับซ้อน และเราใจเย็นๆ พับอย่างประณีต ก็จะได้โมเดลที่สวยงามน่าภูมิใจ สามารถเอาไปอวดเพื่อน ๆ ได้ เรียกว่าเข้าข่ายงานศิลปะอย่างหนึ่งเลยทีเดียว

<p>Stag_Beetle</p>	<p>My_toco_toucan</p>
<p>ด้วงเขี้ยวกลาง พับโดยผู้เขียนตามแบบจากหนังสือของญี่ปุ่น</p>	<p>นกโทโค ทูแคน (Toco Toucan) พับโดยผู้เขียนตามแบบจากหนังสือของ Michael G. LaFosse</p>

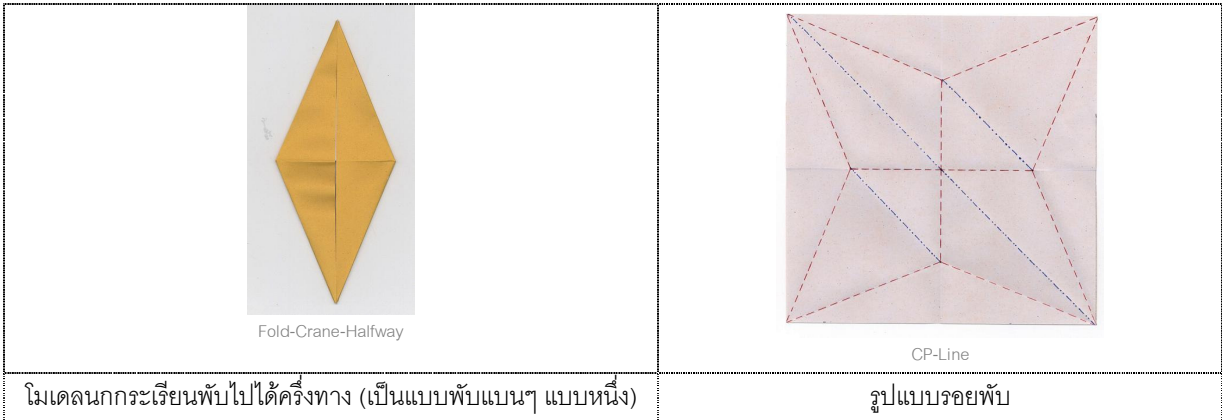
อย่างไรก็ดี การพับกระดาษ หรือที่รู้จักกันในภาษาญี่ปุ่นว่า โอริจามิ (origami) นั้น ยังมีมิติอื่นที่คู่ขนานไปกับความสวยงามทางศิลปะ นั่นคือ คณิตศาสตร์และวิศวกรรม โดยในบทความนี้ ผมจะขอยกตัวอย่างที่น่าสนใจเอาไว้พอเป็นไอเดีย เพื่อไปคิดหรือค้นคว้าต่อได้ตามความสนใจ

ลองมาเริ่มจากแบบพับที่คุ้นเคยกันดี นั่นคือ นกกระเรียน (traditional crane) ใครมีกระดาษอยู่ใกล้ๆ มือ ให้ตัดเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้วลองพับดู (ถ้าจำไม่ได้ ลองถามเพื่อนใกล้ๆ ตัว น่าจะมีพับเป็นสักคนละน่า) พับเสร็จแล้วลองรื้อแกะออกมาใหม่ แล้ววางกระดาษออกมาจะเห็นรอยพับซับซ้อนทีเดียว

<p>Origami-Crane</p>	<p>Valley_Fold</p>	<p>Mountain_Fold</p>
<p>นกกระเรียนญี่ปุ่น</p>	<p>พับแบบหุบเขา (Valley Fold) ใช้สัญลักษณ์เส้นประขีด-เว่น ซ้ำๆ</p>	<p>พับแบบภูเขา (Mountain Fold) ใช้สัญลักษณ์เส้นขีด-จุด-จุด ซ้ำๆ</p>

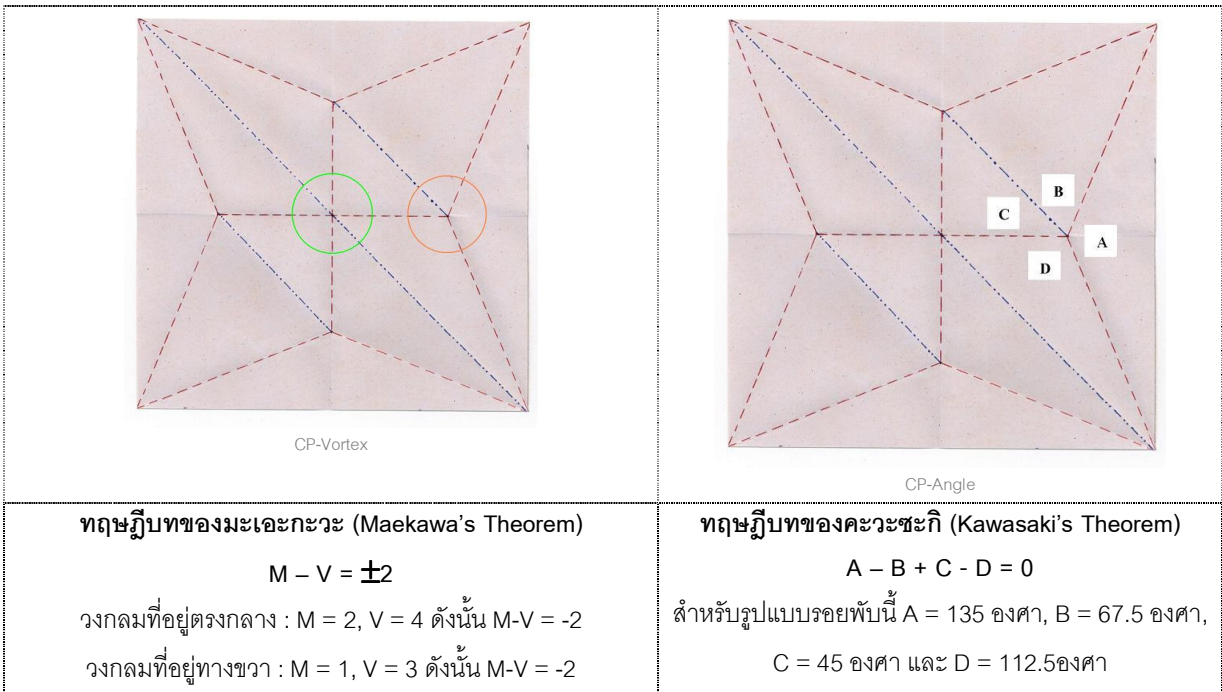
คราวนี้ลองจ้องดูรอยพับใกล้ๆ จะเห็นว่า รอยพับมีแค่ 2 แบบหลักๆ นั่นคือ แบบยุบเข้าไป เรียกว่า รอยพับแบบหุบเขา (valley fold) ส่วนอีกแบบนูนขึ้นมา เรียกว่า รอยพับแบบภูเขา (mountain fold) รอยพับทั้งสองแบบนี้ วงการพับกระดาษมีสัญลักษณ์มาตรฐานที่ช่วยให้นักพับกระดาษเข้าใจตรงกันทั้งโลกดังแสดงในรูป

ย้อนกลับมามองภาพรวมกันอีกครั้ง เพื่อให้รอยพับไม่ซับซ้อนจนเกินไป ผมจะขอพับนกกระเรียนไปถึงราวๆ ครึ่งทาง แล้วหยุดเพื่อคลี่กระดาษที่ถูกรับออกมา ก็จะได้รูปแบบรอยพับ (เรียกว่า crease pattern หรือ CP) ดังแสดงในรูป



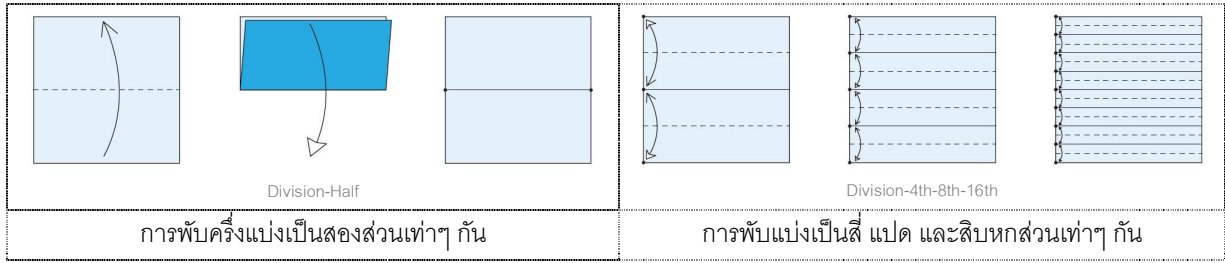
คนทั่วไปเห็นรูปแบบรอยพับอย่างนี้แล้ว ก็อาจจะรำพึงในใจว่า เออ! ก็เรียบร้อยดี แต่นักคณิตศาสตร์ซึ่งคิดเขาคิดกันไปไกล เช่น

- มะเอะกะวะ (Maekawa) พบว่า สำหรับแบบพับแบนๆ (flat fold) หากคลี่ออกมาแล้วมองรอบๆ จุดร่วมของรอยพับ (vortex) จะพบว่าจำนวนเส้นรอยพับแบบภูเขา (M – Mountain fold) และเส้นรอยพับแบบหุบเขา (V – Valley fold) จะต่างกันอยู่เท่ากับ 2 เสมอ นั่นคือ $M - V = 2$ หรือ $M - V = -2$ อย่างไม่อย่างหนึ่ง (โปรดดูจากตัวอย่าง)
- ควะซะกิ (Kawasaki) พบว่าหากจับมุมรอบๆ จุดร่วมของรอยพับมาบวก-ลบไล่ไปเรื่อยๆ จนครบรอบจะได้เท่ากับ 0 พอดี (โปรดดูจากตัวอย่าง)

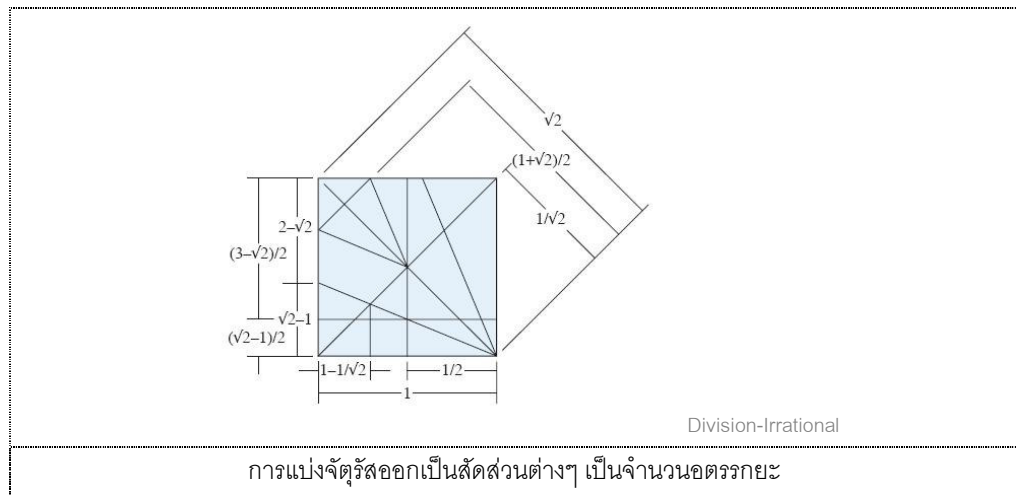
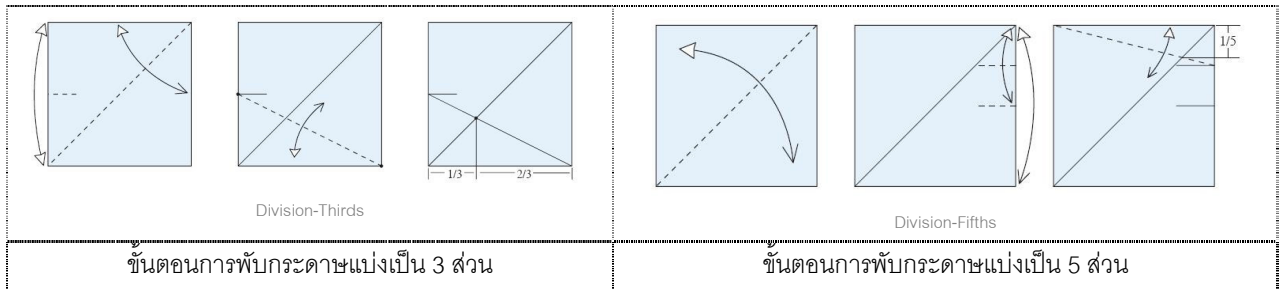


ลองประยุกต์ทฤษฎีบททั้งสองนี้กับแบบพับโมเดลอื่น เพื่อค้นพบด้วยตนเองว่าทฤษฎีบทเหล่านี้ใช้ได้ภายใต้เงื่อนไขใดบ้าง

เห็นตัวอย่างทฤษฎีแปลกๆ กันไปแล้ว ลองย้อนกลับมาดูการพับที่ดูเหมือนง่ายกันใหม่ สมมติว่าเราต้องการแบ่งกระดาษ ออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน เราก็พับครึ่งได้ดังรูป หากพับซ้ำก็จะได้ 4 ส่วน ซ้ำอีกก็ 8 ส่วน ซ้ำอีกก็ 16 ส่วน



แล้วถ้าต้องการแบ่งกระดาษออกเป็น 3 ส่วน , 5 ส่วน หรือแม้แต่จำนวนอตรรกยะจะอย่างไร? เรื่องนี้มีนักพับกระดาษคิดไว้นานแล้ว ลองทดลองตามภาพที่ให้ไว้ แล้วหาทางพิสูจน์ด้วยคณิตศาสตร์กันเอาเองว่าทำไมจึงได้สัดส่วนเช่นนั้น


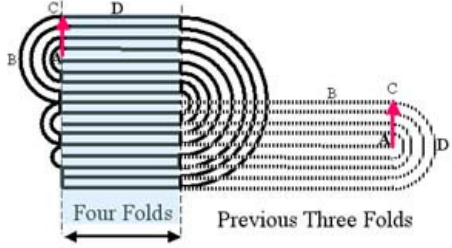


ย้อนกลับไปว่าการพับกระดาษทบซ้อนกันหลายๆ ชั้น เคยมีปัญหาคณิตศาสตร์ข้อหนึ่งถามว่า เราสามารถพับกระดาษ 1 แผ่น ทบซ้ำกันได้สูงที่สุดกี่ครั้ง?

แวบแรกที่คนส่วนหนึ่งคิดก็คือ กระดาษแผ่นบางๆ น่าจะพับได้หลายครั้งอยู่ ประมาณในใจก็น่าจะถึงหลายสิบครั้ง แต่ถ้าคุณเดาตามแนวนี้ ก็บอกได้เลยว่าผิดถนัด ไม่เชื่อก็คว่ำกระดาษใกล้ๆ มือ (อย่างเช่น กระดาษ A4) มาลองพับดู

คนส่วนใหญ่พับถึง 6 ครั้งก็นิ่งแล้วครับ!

นี่เองที่ทำให้มีคนจำนวนไม่น้อยเชื่อว่า หากใช้กระดาษบางๆ ก็อาจจะพับทบได้สูงสุดแค่ 8 ครั้งเป็นอย่างมาก เพราะความหนาของกระดาษเพิ่มแบบทวีคูณที่ละ 2 เท่าไปเรื่อยๆ

 <p>Britney_Gallivan</p>	 <p>diagram-Paper_Folding</p>
<p>บริตनी แกลลิแวน</p>	<p>แผนภาพแสดงการพับกระดาษซ้ำๆ หลายทบ</p>


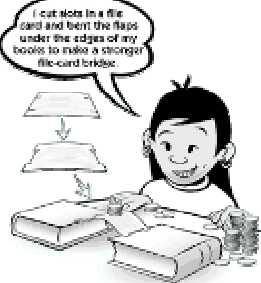
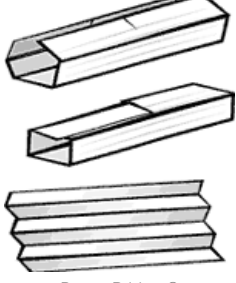
โจทย์พับกระดาษข้อนี้คาใจหลายคน จนกระทั่งในปี ค.ศ. 2001 สาวน้อยมหัศจรรย์ซึ่งขณะนั้นเป็นเพียงเด็กมัธยมชื่อ บริตनी แกลลิแวน (Britney Gallivan) ก็ได้แก้ปัญหาอย่างแยบยล โดยเชอคิดทั้งทฤษฎีและลงมือปฏิบัติแบบเห็นจริง โดยสรุปคือ เธอได้พิสูจน์หาความสัมพันธ์ระหว่าง ความหนาของกระดาษหรือวัสดุใดๆ (t - thickness) จำนวนครั้งในการพับ (n – number of folds) และความยาวของกระดาษต่ำสุดที่ต้องใช้ (L – length) ว่าเป็นอย่างนี้

$$L = \frac{\pi t}{6}(2^n + 4)(2^n - 1)$$

โดยใช้สูตรนี้ช่วย เธอสามารถพับกระดาษได้สูงสุดถึง 12 ครั้ง หักล้างความเชื่อผิดๆ (ที่ว่าพับได้ไม่เกิน 8) อย่างงดงาม!

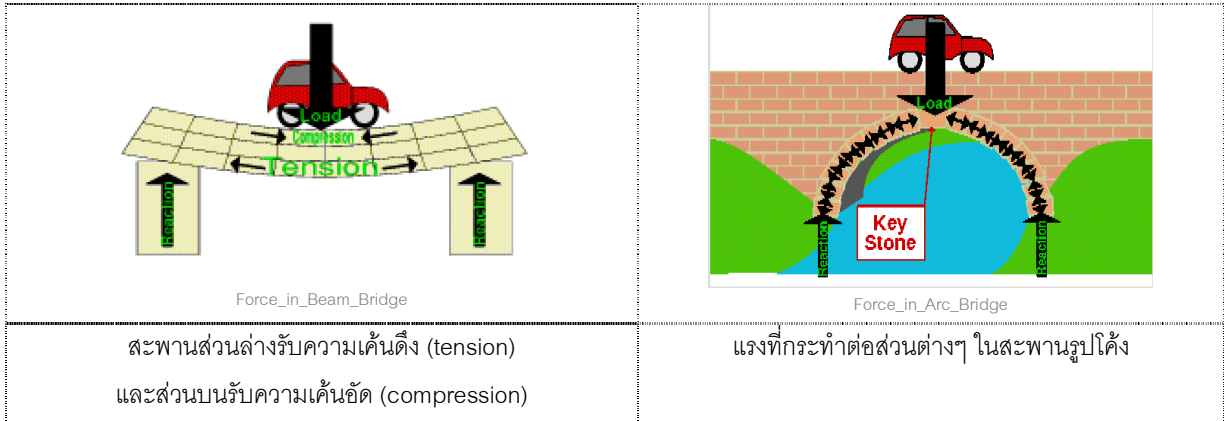
ได้เห็นตัวอย่างคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการพับกระดาษกันไปแล้ว คราวนี้ลองมาดูแลมุมในเชิงวิศวกรรมที่มักจะเป็นชิ้นเป็นอันจับต้องได้ดูบ้าง

เริ่มจากเกม “สะพานกระดาษ” อย่างง่ายๆ ที่ใช้สอนเด็กได้ด้วยคั้งนี้ วางหนังสือหนาเท่ากันสองเล่มไว้ใกล้ๆ กัน จากนั้นนำกระดาษ (ที่ไม่ได้พับ) มาวางทาบไว้บนหนังสือ ลองวางเหรียญเพิ่มลงไปเรื่อยๆ ทีละเหรียญจาก 1 เป็น 2 เป็น 3...เราจะเห็นว่ากระดาษรับน้ำหนักเหรียญได้ไม่มากนัก คือไม่กี่เหรียญก็ยุบแล้ว

 <p>Paper_Bridge-A</p>	 <p>Paper_Bridge-B</p>	 <p>Paper_Bridge-C</p>
<p>สร้างฐานรองรับสะพาน</p>	<p>วางกระดาษลงไป ตามด้วยเหรียญ</p>	<p>ตัวอย่างรูปแบบการพับสะพานกระดาษ</p>

คราวนี้เอาใหม่ ลองนำกระดาษแผ่นเดิมมาพับเป็นกล่อง เป็นลอน หรือเป็นรูปทรงอื่นๆ ตามแต่จินตนาการ แล้วลองวางเหรียญลงไป...เราคิดว่ากระดาษรูปแบบใหม่นี้จะรับเหรียญได้กี่เหรียญ

เราอาจจะแปลกใจที่พบว่า กระดาษที่พับเป็นบางรูปแบบ (เช่น เป็นลอน) สามารถรับน้ำหนักเหรียญได้มากอย่างเหลือเชื่อ! นี่คือ หลักการสำคัญประการหนึ่งในการเพิ่มความแข็งแรงให้กับโครงสร้างรับน้ำหนัก เช่น สะพาน เป็นต้น



ผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมบางอย่างก็นำแนวคิดและเทคนิคในการพับกระดาษไปประยุกต์ เช่น เก้าอี้แพปตัน (Papton) ที่มีรูปทรงเหมือนกระดาษพับและหนักเพียง 2 กิโลกรัม หรือ เก้าอี้ยืด-หดได้ที่ใช้เทคนิคการพับจีบ (pleating) ยี่ห้อเฟล็กซ์เลิฟ (FlexiLove) ซึ่งจัดเป็นรูปร่างต่างๆ ได้หลายแบบ และนั่งได้ตั้งแต่ 1-16 คน และรับน้ำหนักได้สูงสุด 1,920 กิโลกรัม

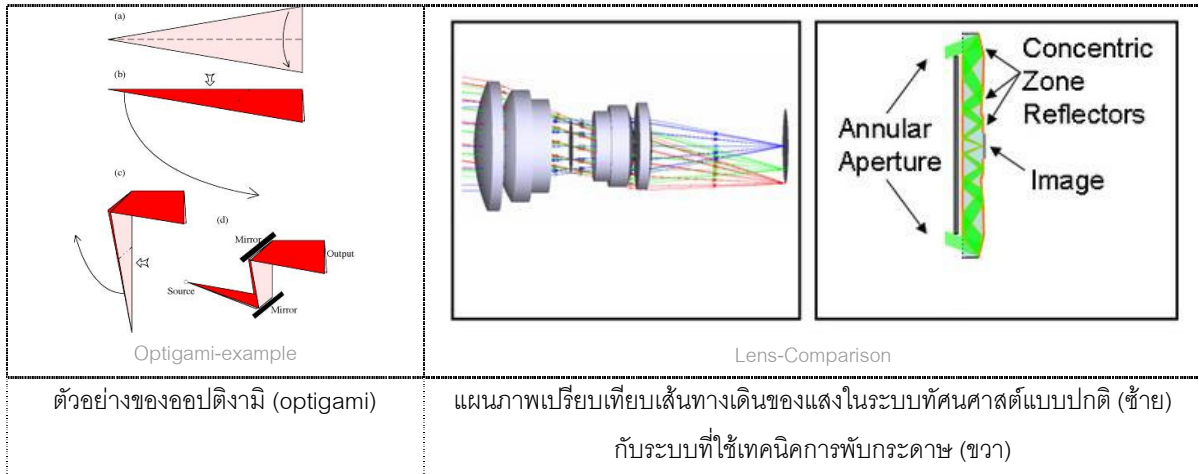


ในทางการแพทย์ ก็มีอุปกรณ์อย่างเช่น สเตนต์ (stent) ซึ่งใช้ต่างหลอดเลือด ที่ได้รับประโยชน์จากเทคนิคการพับกระดาษเช่นเดียวกัน ก่อนการใช้งานสเตนต์จะถูกหุบเก็บให้มีขนาดเล็กเพื่อให้แพทย์สามารถสอดอุปกรณ์นี้เข้าไปในบริเวณที่ต้องการได้ โดยเมื่อใช้งานก็จะกางออกเพื่อต่างหลอดเลือดเพื่อให้เลือดไหลเวียนได้โดยสะดวก

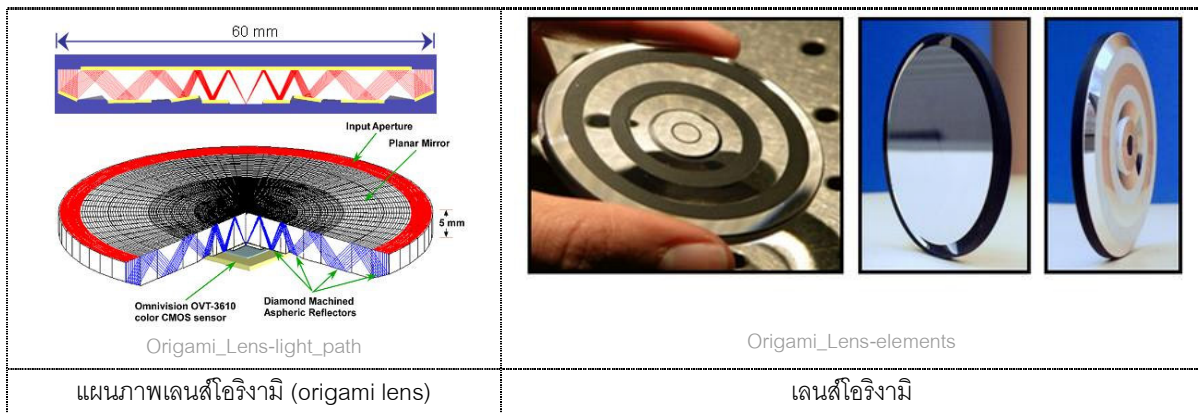


ในทางทัศนศาสตร์ (optics) เทคนิคการพับกระดาษก็มีบทบาทเช่นกัน เรื่องนี้อาจจะฟังดูแปลกสักหน่อยว่า การพับกระดาษไปเกี่ยวข้องกับอะไรกับแสง แต่ถ้าดูแผนภาพต่อไปนี้ก็จะพอเข้าใจได้

ในภาพ 'ตัวอย่างของออปติงามิ' สมมติว่าเรานำแผ่นกระดาษสามเหลี่ยมด้านหนึ่งสีอ่อน ส่วนอีกด้านสีเข้ม (a) มาพับครึ่งตามแนวยาว (b) จากนั้นก็พับย้อนกลับ (reverse fold) สองครั้ง (c) ก็จะพบว่าเส้นขอบของกระดาษจะเหมือนกับเส้นรังสี (ray) ของแสงที่ออกจากจุดกำเนิดแล้วสะท้อนกระจกสองครั้งดังรูป (d) แนวคิดดังกล่าวนี้เรียกว่า ออปติงามิ (optigami) ซึ่งมาจากคำว่า ออปติก (optic) + โอริงามิ (origami) นั่นเอง

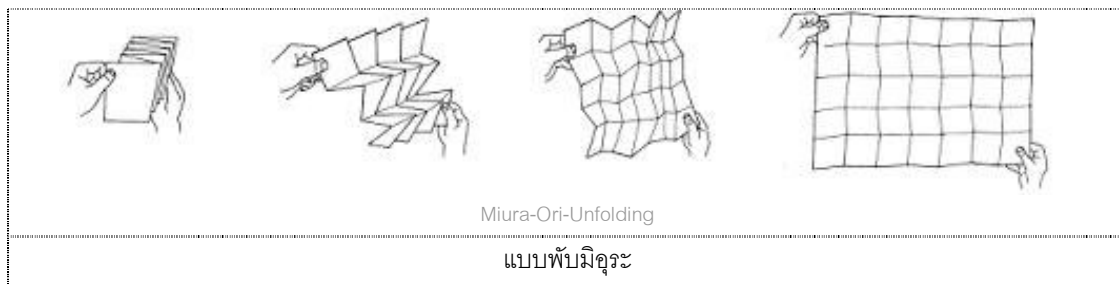
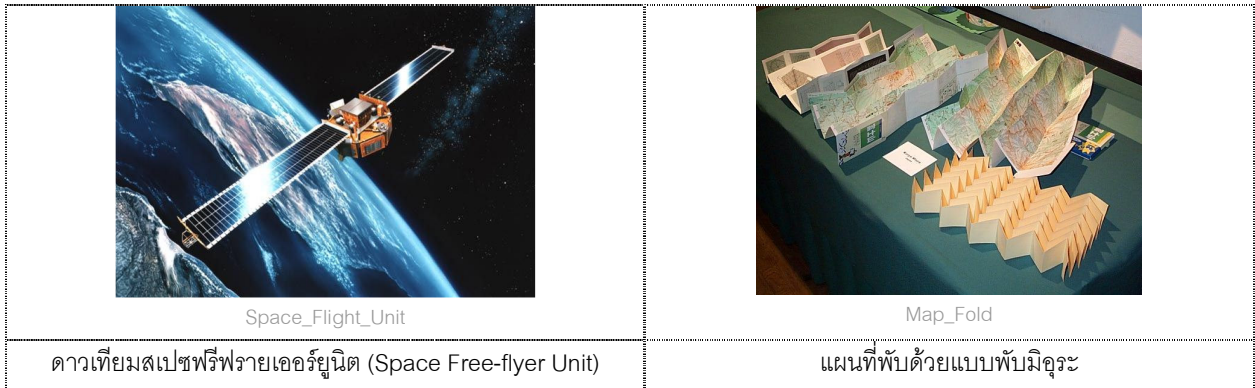


เทคนิคออปติงามิสามารถใช้ในการลดขนาดความหนาของระบบเลนส์ที่ใช้การโฟกัสภาพได้ดังแสดงในแผนภาพเปรียบเทียบเส้นทางเดินของแสง ทั้งนี้มีการประดิษฐ์เลนส์โอริงามิ (origami lens) โดยทีมนักวิจัยของมหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนียที่ซานดิเอโก (University of California San Diego) แล้ว โดยแถลงข่าวไปเมื่อวันที่ 30 มกราคม ค.ศ. 2007 คือต้นปีนั่นเอง



แม้แต่ในอวกาศ เทคนิคการพับกระดาษก็ยังมีบทบาท เช่น โครงการดาวเทียมชื่อ สเปซฟรีฟลายเออร์ยูนิต (Space Free-flyer Unit, SPF) ของญี่ปุ่นซึ่งใช้พลังงานจากแสงอาทิตย์ ดาวเทียมดวงนี้บางครั้งเรียกเล่นๆ ว่า โซลาร์เซล (Solar Sail) หรือเรือใบพลังแสงอาทิตย์

ในระหว่างที่ดาวเทียมถูกส่งขึ้นไปพร้อมกับจรวด แผงเซลล์แสงอาทิตย์ต้องหุบพับเก็บในช่องที่ออกแบบไว้ โดยกลไกการกางออกได้ใช้แบบพับของมิอูระ (Miura) แบบพับนี้ได้รับการออกแบบอย่างแยบยลทำให้สามารถดึงหรือกางออกได้อย่างง่ายดาย อีกทั้งยังสามารถใช้กับสิ่งอื่นๆ เช่น แผนที่ ได้เป็นอย่างดี โดยทำให้สามารถกางหรือพับเก็บแผนที่ได้ง่าย โดยที่รอยพับไม่ยับเยิน ดังเช่นแผนที่โดยทั่วไป



นี่เป็นเพียงตัวอย่างบางส่วนที่แสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงของศิลปะการพับกระดาษกับศาสตร์สาขาอื่นๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคณิตศาสตร์และวิศวกรรม และเป็นไปได้อย่างยิ่งว่า นับวันแนวคิดและเทคนิคในการพับกระดาษจะได้รับการศึกษาในแนวคิดและประยุกต์ใช้ในวงกว้างมากยิ่งขึ้นเรื่อยๆ

ผมเชื่อว่า วงการวิชาการและอุตสาหกรรมของไทยอาจจะได้รับประโยชน์จากการเรียนรู้เทคนิคการพับกระดาษ ซึ่งสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการต่อยอด หรือสร้างสรรค์ความรู้ด้านต่างๆ ของเราเอง เรื่องนี้ไม่ลองไม่รู้ครับ ^_^

<p>แนะนำชมทรัพย์ทางปัญญา</p>
<p>ขอแนะนำแหล่งข้อมูลที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> • แบบพับกระดาษ : http://gotoknow.org/blog/origami • เรื่องของบริดจ์ แกลลิแวน : http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics_of_paper_folding • การประยุกต์เทคนิคการพับกระดาษในทางวิศวกรรม : http://www.origami-resource-center.com/useful-origami.html • แก์อิฟเล็กซิเลฟ : http://www.flexiblelove.com (มีลิงก์ไปยังคลิปใน YouTube) • เลนส์โอริงามิ : http://www.jacobsschool.ucsd.edu/news/news_releases/release.sfe?id=617